На правах рукописи

ДЕМЧЕНКО ЭЛЬВИРА АЛЛАХВЕРДИЕВНА

ГОЛОМОРФНО 2-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ТИПОВ ПОЧТИ ЭРМИТОВЫХ МНОГООБРАЗИЙ

01.01.04 – геометрия и топология

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Казань – 2008

Работа выполнена на кафедре геометрии Московского педагогического государственного университета.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Кириченко Вадим Федорович
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Шелехов Александр Михайлович
	кандидат физико-математических наук, доцент Банару Михаил Борисович
Ведущая организация:	Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Защита состоится 2008 г. в ____ часов на заседании диссертационного совета Д 212.081.10 в Казанском государственном университете по адресу: 420008, г. Казань, ул. Профессора Нужина, 1/37, НИИММ, ауд. 324.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан “ ” 2008 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
канд. физ.-мат. наук, доцент Е.К. Липачёв

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Теория геодезических отображений и их обобщений являются важным объектом изучения геометрии. Геодезические отображения римановых пространств впервые были рассмотрены в работах Т. Леви-Чивита, который решил проблему нахождения метрик n-мерных римановых пространств, имеющих общие геодезические. Первоначальный интерес к этой задаче был определен ее важным прикладным аспектом, связанным с изучением динамических траекторий механических систем с n степенями свободы.

Интерес к изучению специальных вопросов теории геодезических отображений не ослабевает до сих пор. Активно исследуются голоморфно-геодезические, почти геодезические и голоморфно-проективные преобразования, которые являются аналогом геодезических отображений в пространствах с аффинорными структурами. Ранее теорией геодезических отображений римановых пространств с аффинной связностью занимались Г. Вейль, Т. Томас, Н.С. Синюков, Й. Микеш и др., теорией голоморфно-проективных отображений – Т. Оцуки, Й. Таширо, теорией голоморфно-проективных отображений келеровых пространств – Е. Видал и Л. Хервелла. На основе геодезических отображений была построена теория (n - p)-проективных пространств. Это пространство характеризуется тем, что в нем каждая геодезическая кривая лежит в p-мерной плоскости. В.Ф. Каган ввел понятие (n - p)-проективного пространства, обобщив понятие проективно-евклидова пространства. Близкой к теории (n - p)-проективных пространств является конциркулярная геометрия, значительный вклад в разработку коророй внес К.Яно.

В настоящей работе мы рассматриваем голоморфно p-геодезические преобразования почти эрмитовых многообразий (при p = 2). Огромный вклад в теорию p-геодезических отображений внес С.Г. Лейко. Им были изучены общие закономерности отображений, придающие образам геодезических кривых порядок уплощения не выше фиксированного значения p. В его работах были определены p-геодезические кривые и p-геодезические отображения пространств с аффинной связностью без кручения. Доказана теорема существования p-геодезических кривых и получены основные уравнения p-геодезических отображений, выделены p-геодезические отображения линейных и квадратичных типов.

Однако до настоящего времени все исследования по данной проблематике носят достаточно общий характер. И дальнейшее развитие теории p-геодезических отображений весьма актуально. С геометрической точки зрения интересно рассмотрение частных случаев p-геодезических преобразований и получение классификации пространств, допускающих нетривиальные голоморфно p-геодезические отображения.

Цель работы – изучение голоморфно 2-геодезических преобразований линейных типов почти эрмитовых структур.

Методы исследования. При выводе результатов диссертации используется метод присоединенных G-структур в сочетании с методом инвариантного исчисления Кошуля.

Научная новизна.

1. Найдены формулы преобразования структурного и виртуального тензоров почти эрмитовой структуры относительно голоморфно 2-геодезических преобразований первого и второго линейных типов.

2. Выделены так называемые специальные голоморфно 2-геодезические преобразования первого линейного типа, и доказано, что они оставляют неизменными структурный и виртуальный тензоры почти эрмитовой структуры.

3. Найдены инвариантные классы Грея-Хервеллы почти эрмитовой структуры относительно специальных голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа.

4. Получены условия инвариантности структурного и виртуального тензоров почти эрмитовой структуры, следа виртуального тензора, а также неко-

торых классов Грея-Хервеллы почти эрмитовой структуры относительно голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа.

5. Показано, что голоморфно-геодезические и голоморфно-проективные преобразования почти эрмитовой структуры являются частным случаем специальных голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа с явным указанием параметров последнего. Доказано, что конциркулярные преобразования почти эрмитовой структуры являются частным случаем голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа с явным указанием параметров последнего.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертационная работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы для дальнейшего изучения p-геодезических отображений почти эрмитовых многообразий. А также, они могут найти свое применение в качестве материалов для спецкурсов по теории почти эрмитовых многообразий в высших учебных заведениях.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на заседании Научного семинара кафедры геометрии Московского педагогического государственного университета (руководитель – доктор физико-математических наук, профессор В.Ф. Кириченко), а также на международных конференциях: “Геометрия в Одессе – 2007” (Одесса, 21 мая – 26 мая 2007 г.) и “Геометрия в Астрахани – 2007” (Астрахань, 11 сентября – 14 сентября 2007 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 6 работ, в том числе 1 работа в издании из списка ВАК. Их список приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, включающих 11 параграфов, списка литературы, содержащего 47 наименований. Объем работы составляет 94 страницы.

Краткое содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы, излагается история вопроса, формулируются цели и задачи диссертационного исследования, перечисляются основные результаты, полученные в работе.

В первой главе даны предварительные сведения о почти эрмитовых многообразиях, носящие реферативный характер.

В ***§1*** приводятся определения почти комплексной и почти эрмитовой (короче, *AH*-) структур на многообразии, комплексификации модуля векторных полей $\mathrm{X}(M)$, а также определение фундаментальной формы структуры и оператора комплексного сопряжения. В ***§2*** даны определения структурных и виртуальных тензоров, следа тензора виртуального тензора, формы Ли и вектора Ли почти эрмитовой структуры. В конце параграфа приведена таблица основных классов почти эрмитовых структур, содержащая их характеристические тождества на пространстве присоединенной *G*-структуры и критерии принадлежности *AH*-структуры тому или иному классу Грея-Хервеллы.

Во второй главе рассмотрены голоморфно 2-геодезические преобразования первого линейного типа почти эрмитовых структур. Введены понятия полуспециального и специального голоморфно 2-геодезического преобразования первого линейного типа. Изучен ряд свойств таких преобразований. Показано, что голоморфно-проективные и голоморфно-геодезические преобразования являются частным случаем специальных 2-геодезических преобразований первого линейного типа.

В ***§1*** приводятся определения геодезической, почти геодезической и *p*-геодезической кривой, а также определения *p*-геодезического отображения линейного типа.

Определение. *p*-геодезическое преобразование $g \to \tilde{g}$ метрики g *AH*-структуры (J, g) назовем *голоморфно p-геодезическим преобразованием*, если $(J, \tilde{g})$ – *AH*-структура.

Определение. Голоморфно p-геодезическое преобразование называется *тривиальным*, если $\nabla = \tilde{\nabla}$, где ∇ и $\tilde{\nabla}$ – римановы связности метрик g и $\tilde{g}$, соответственно.

Введено понятие оператора h p-геодезической деформации метрики посредством тождества:

$$\tilde{g}(X, Y) = g(X, hY),\ X,\ Y \in \mathrm{X}(M).$$

Во ***§2*** рассмотрены голоморфно 2-геодезические преобразования первого линейного типа почти эрмитовых структур, приведены их основные уравнения. Найдена связь между структурными и виртуальными тензорами исходной и преобразованной *AH*-структур. С помощью этого доказываются следующие утверждения:

Предложение. Пусть ρ – голоморфно 2-геодезическое преобразование первого линейного типа эрмитовой структуры. Тогда структурный и виртуальный тензоры преобразованной эрмитовой структуры имеют следующий вид:

$$\tilde{C}(X,Y) = C(X,Y) = \frac{1}{2}[\underset{1}{\omega}(JX)K(JY) + \underset{1}{\omega}(JY)K(JX) - \underset{1}{\omega}(X)K(Y) - \underset{1}{\omega}(Y)K(X) -$$
$$- \underset{1}{\omega}(X)JK(JY) - \underset{1}{\omega}(JY)JK(X) - \underset{1}{\omega}(JX)JK(Y) - \underset{1}{\omega}(Y)JK(JX)] = 0;$$
$$\tilde{B}(X,Y) = B(X,Y) + \underset{0}{\omega}(JY)JX + \underset{0}{\omega}(Y)X +$$
$$+ \underset{1}{\omega}(X)K(Y) + \underset{1}{\omega}(Y)K(X) + \underset{1}{\omega}(X)JK(JY) + \underset{1}{\omega}(JY)JK(X).$$

Предложение. Пусть ρ – голоморфно 2-геодезическое преобразование первого линейного типа квазикелеровой структуры. Тогда структурный и виртуальный тензоры преобразованной *AH*-структуры имеют следующий вид:

$$\widetilde{C}(X,Y) = C(X,Y) + \frac{1}{2}[\underset{1}{\omega}(JX)K(JY) + \underset{1}{\omega}(JY)K(JX) - \underset{1}{\omega}(X)K(Y) - \underset{1}{\omega}(Y)K(X) -$$
$$- \underset{1}{\omega}(X)JK(JY) - \underset{1}{\omega}(JY)JK(X) - \underset{1}{\omega}(JX)JK(Y) - \underset{1}{\omega}(Y)JK(JX)];$$
$$\widetilde{B}(X,Y) = \underset{0}{\omega}(JY)JX + \underset{0}{\omega}(Y)X +$$
$$+ \frac{1}{2}[\underset{1}{\omega}(JX)K(JY) + \underset{1}{\omega}(JY)K(JX) + \underset{1}{\omega}(X)K(Y) + \underset{1}{\omega}(Y)K(X) +$$
$$+ \underset{1}{\omega}(X)JK(JY) + \underset{1}{\omega}(JY)JK(X) - \underset{1}{\omega}(JX)JK(Y) - \underset{1}{\omega}(Y)JK(JX)].$$

Предложение. Пусть ρ – голоморфно 2-геодезическое преобразование первого линейного типа келеровой структуры. Тогда структурный и виртуальный тензоры преобразованной *AH*-структуры имеют следующий вид:

$$\widetilde{C}(X,Y) = C(X,Y) = 0,$$

$$\widetilde{B}(X,Y) = \underset{0}{\omega}(JY)JX + \underset{0}{\omega}(Y)X +$$
$$+ \underset{1}{\omega}(X)K(Y) + \underset{1}{\omega}(Y)K(X) + \underset{1}{\omega}(X)JK(JY) + \underset{1}{\omega}(JY)JK(X).$$

В ***§3*** вводится понятие полуспециального голоморфно 2-геодезического преобразования и рассматриваются его свойства.

Наложив на оператор *K* дополнительные условия: 1) *K* – невырожденный оператор, 2) $K \circ J = J \circ K$, приходим к понятию *полуспециального* голоморфно 2-геодезического преобразования *AH*-структуры. Доказана:

Теорема. Для полуспециальных голоморфно 2-геодезических преобразований выполняются соотношения:

$$\widetilde{C}(X,Y) = C(X,Y);$$

$$\widetilde{B}(X,Y) = B(X,Y) + \underset{0}{\omega}(JY)JX + \underset{0}{\omega}(Y)X + \underset{1}{\omega}(JY)K(JX) + \underset{1}{\omega}(Y)K(X).$$

В ***§4*** рассматриваются голоморфно 2-геодезические преобразования первого линейного типа, такие, что определяющий аффинор *K* имеет вид: $K = \alpha\, id + \beta\, J, \alpha, \beta \in R$, причем $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, названные нами *специальными*. Доказываются:

Теорема. Специальное голоморфно 2-геодезическое преобразование первого линейного типа почти эрмитовой структуры удовлетворяет условию: $\underset{0}{\omega} = \underset{1}{\omega} \circ (-\alpha\, id + \beta J)$.

Теорема. Ковариантная производная ∇J оператора структуры, а также структурный и виртуальный тензоры C и B являются инвариантами специальных голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа *AH*-структуры.

Следствие. Специальные голоморфно 2-геодезические преобразования первого линейного типа квазикелерову структуру преобразуют в квазикелерову, приближенно келерову – в приближенно келерову, келерову – в келерову структуру.

Приведен вывод формулы вычисления тензора аффинной деформации при специальном голоморфно 2-геодезическом преобразовании. Доказано:

Предложение. При специальных голоморфно 2-геодезических преобразованиях *AH*-структуры, тензор *T*, рассматриваемый как двуместный эндоморфизм $\mathbb{C} \otimes C^{\infty}(M)$-модуля $\mathfrak{X}(M)$, является $\mathbb{C}$-билинейным.

В ***§5*** приводятся определения геодезического отображения, голоморфно-геодезического и голоморфно-проективного преобразований *AH*-структуры, а также формулы для вычисления их тензоров аффинной деформации.

Предложение. Во введенных обозначениях, голоморфно-проективное преобразование почти эрмитовой структуры является специальным голоморфно 2-геодезическим преобразованием первого линейного типа с $\alpha = 0$, $\beta = 1$; а голоморфно-геодезическое преобразование почти эрмитовой структуры является специальным голоморфно 2-геодезическим преобразованием первого линейного типа с $\alpha = 1$, $\beta = 0$.

В ***§6*** установлено, что при специальном голоморфно 2-геодезическом преобразовании *AH*-структуры вектор Ли ξ меняется по закону: $\tilde{\xi} = h^{-1}(\xi)$, а форма Ли инвариантна. Доказана:

Теорема. Классы $\{0\}$, W_1, W_3, $W_1 \oplus W_2$, $W_1 \oplus W_3$, $W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3$ Грея-Хервеллы почти эрмитовой структуры инвариантны относительно специальных голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа. Классы W_2, W_4, $W_1 \oplus W_4$, $W_2 \oplus W_3$, $W_2 \oplus W_4$, $W_2 \oplus W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_2 \oplus W_4$ *AH*-структур при данном преобразовании переходят в классы $W_1 \oplus W_2$, $W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3$, $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3 \oplus W_4$, $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3 \oplus W_4$, соответственно. Классы W_2, $W_2 \oplus W_3$, $W_2 \oplus W_3 \oplus W_4$ *AH*-структур инвариантны относительно голоморфно 2-геодезических преобразований тогда и только тогда, когда структурный тензор *h*-билинеен.

В третьей главе рассмотрены голоморфно 2-геодезические преобразования второго линейного типа *AH*-структуры. Найдены условия инвариантности структурного и виртуального тензоров, а также следа виртуального тензора относительно рассматриваемых преобразований. Показано, что конциркулярные преобразования являются частным случаем голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа почти эрмитовых структур. В связи с этим найден ряд инвариантов конциркулярных преобразований.

В ***§1*** рассмотрены голоморфно 2-геодезические преобразования второго линейного типа *AH*-структуры, приведены их основные уравнения [7]. Доказаны следующие утверждения:

Предложение. Пусть ρ – голоморфно 2-геодезическое преобразование второго линейного типа эрмитовой структуры. Тогда структурный и виртуальный тензоры преобразованной эрмитовой структуры имеют следующий вид, соответственно:

$$\widetilde{C}(X,Y) = C(X,Y) = \frac{1}{2}[\theta(JX,JY) - \theta(X,Y)]\zeta - \frac{1}{2}[\theta(JX,Y) + \theta(X,JY)]J\zeta = 0,$$

Предложение. Пусть ρ – голоморфно 2-геодезическое преобразование второго линейного типа квазикелеровой структуры. Тогда структурный и виртуальный тензоры преобразованной *AH*-структуры имеют следующий вид:

$$\widetilde{C}(X,Y)=C(X,Y)+\frac{1}{2}[\theta(JX,JY)-\theta(X,Y)]\zeta-\frac{1}{2}[\theta(JX,Y)+\theta(X,JY)]J\zeta;$$

$$\widetilde{B}(X,Y)=\omega(Y)X+\omega(JY)JX+\frac{1}{2}[\theta(JX,JY)+\theta(X,Y)]\zeta-$$
$$-\frac{1}{2}[\theta(JX,Y)-\theta(X,JY)]J\zeta.$$

Предложение. Пусть ρ – голоморфно 2-геодезическое преобразование второго линейного типа келеровой структуры. Тогда структурный и виртуальный тензоры преобразованной *AH*-структуры имеют вид:

$$\widetilde{C}(X,Y)=C(X,Y)=0;$$

$$\widetilde{B}(X,Y)=\omega(Y)X+\omega(JY)JX+\theta(X,Y)\zeta+\theta(X,JY)J\zeta.$$

В ***§2*** найдены инварианты голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа *AH*-структуры.

Теорема. Структурный тензор инвариантен относительно голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа *AH*-структуры тогда и только тогда, когда выполняется тождество: $\theta(JX,JY)=\theta(X,Y),\quad X,Y\in \mathrm{X}(M)$. При этом виртуальный тензор преобразованной структуры вычисляется по формуле:

$$\widetilde{B}(X,Y)=B(X,Y)+\omega(Y)X+\omega(JY)JX+\theta(X,Y)\zeta+\theta(X,JY)J\zeta.$$

Теорема. Пусть ρ – нетривиальное голоморфно 2-геодезическое преобразование второго линейного типа *AH*-структуры. Оно сохраняет виртуальный тензор тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

$$1)\ \omega=0,\ 2)\ \theta(JX,JY)=-\theta(X,Y),\ X,Y\in \mathrm{X}(M).$$

Доказано, что ковариантная производная структурного эндоморфизма, инвариантна относительно голоморфно 2-геодезического преобразования второго линейного типа тогда и только тогда, когда это преобразование тривиально. Доказываются:

Теорема. След виртуального тензора инвариантен относительно голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа *AH*-структуры тогда и только тогда, когда выполняется соотношение: $\omega^{\#} = -\frac{1}{2}(tr\theta)\zeta$.

Теорема. Образом келеровой структуры при нетривиальном голоморфно 2-геодезическом преобразовании второго линейного типа является собственная эрмитова структура (т.е. почти эрмитова структура, отличная от келеровой). При этом преобразованная структура будет собственной семикелеровой (т.е. структурой, для которой tr B = 0) тогда и только тогда, когда $\omega^{\#} = -\frac{1}{2}(tr\theta)\zeta$.

Теорема. Голоморфно 2-геодезическое преобразование второго линейного типа преобразует структуру класса G_1 в структуру класса G_1 тогда и только тогда, когда это преобразование сохраняет структурный тензор.

Следствие. Образ приближенно келеровой структуры при нетривиальном голоморфно 2-геодезическом преобразовании второго линейного типа не может быть приближенно келеровой структурой.

Теорема. Следующие классы Грея-Хервеллы почти эрмитовой структуры: W_3, $W_1 \oplus W_3$, $W_3 \oplus W_4$, $G_1 = W_1 \oplus W_3 \oplus W_4$, $SK = W_1 \oplus W_2 \oplus W_3$ инвариантны относительно голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа, удовлетворяющих соотношениям: 1) $\theta(JX, JY) = \theta(X, Y)$; 2) $\omega^{\#} = -\frac{1}{2}(tr\theta)\zeta$.

В *§3* приводятся определения конформного [10] и конциркулярного [14], [9] преобразований *AH*-структуры. Доказывается:

Теорема. Конциркулярное преобразование является голоморфно 2-геодезическим преобразованием второго линейного типа с параметрами

$\theta = -g, \omega = d\sigma, \zeta = \sigma^{\#}, a = d\sigma, b = \beta + \left\| \sigma^{\#} \right\|^2$, где $\sigma-$ определяющая функция конформного преобразования.

И с учетом результатов предыдущего параграфа, получены следующие теоремы:

Теорема. Конциркулярное преобразование *AH*-структуры сохраняет структурный тензор.

Теорема. Конциркулярное преобразование *AH*-структуры сохраняет виртуальный тензор тогда и только тогда, когда оно тривиально.

Теорема. Конциркулярное преобразование сохраняет след виртуального тензора тогда и только тогда, когда оно тривиально.

Теорема. Конциркулярное преобразование структуру класса G_1 преобразует в структуру класса G_1.

Теорема. Нетривиальное конциркулярное преобразование приближенно келерову структуру преобразует в собственную G_1-структуру (т.е. структуру класса G_1, отличную от *NK*-структуры).

Теорема. Конциркулярное преобразование структуру класса G_2 преобразует в структуру класса G_2.

Теорема. Конциркулярное преобразование почти келерову структуру преобразует в собственную G_2-структуру (т.е. структуру класса G_2, отличную от почти келеровой структуры).

Основные результаты диссертации

1. Получены формулы преобразования структурного и виртуального тензоров почти эрмитовой структуры относительно голоморфно 2-геодезических преобразований первого и второго линейных типов.
2. Выделен класс специальных голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа почти эрмитовой структуры, и доказано, что ковариантная производная структурного эндоморфизма, а также структур-

ный и виртуальный тензоры почти эрмитовой структуры являются инвариантами этих преобразований.

3. Найдены инвариантные классы Грея-Хервеллы почти эрмитовой структуры относительно специальных голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа.

4. Найдены условия инвариантности структурного и виртуального тензоров почти эрмитовой структуры, а также следа виртуального тензора, относительно голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа. Также получены условия инвариантности некоторых классов Грея-Хервеллы относительно данных преобразований.

5. Показано, что конциркулярные преобразования почти эрмитовой структуры являются частным случаем голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа с явным указанием параметров последнего.

Автор выражает глубокую признательность доктору физико-математических наук, профессору В.Ф. Кириченко за постановку проблемы, внимание и помощь, оказанную автору при работе над диссертационным исследованием.

Список публикаций по теме диссертации

1. Кириченко, В.Ф. Эрмитова геометрия голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа почти эрмитовых структур [Текст] / В.Ф. Кириченко, Э.А. Сулейманова // Тезисы докладов международной конференции «Геометрия в Астрахани-2007». – Астрахань, с 11 сентября по 14 сентября 2007. – С.29-30 (0,1 печ.л., соискателем выполнено 50% работы).

2. Сулейманова, Э.А. Голоморфно 2-геодезические преобразования второго линейного типа почти эрмитовых структур [Текст] / Э.А. Сулейманова // Вестник Башкирского университета. – 2007. – №4. – С. 8-11 (0,3 печ. л.).

3. Сулейманова, Э.А. Голоморфно 2-геодезические преобразования первого линейного типа почти эрмитовых структур [Текст] / Э.А. Сулейманова //

Тезисы докладов международной конференции «Геометрия в Одессе-2007». – Одесса, с 21 мая по 26мая 2007. – С.103-105 (0,2 печ.л.).

4. Сулейманова, Э.А. О Геометрии голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа почти эрмитовых структур [Текст] / Э.А. Сулейманова; М-во образования Рос. Федерации. - М., 2007. - 17 с. – Библиогр.: с.17. – Деп. в ВИНИТИ 25.07.07. №776-В2007 (1,1 печ.л.).

5. Сулейманова, Э.А. О Геометрии голоморфно 2-геодезических преобразований второго линейного типа почти эрмитовых структур [Текст] / Э.А. Сулейманова; М-во образования Рос. Федерации. - М., 2007. - 19 с. – Библиогр.: с.19. – Деп. в ВИНИТИ 25.07.07. №777-В2007 (1,2 печ.л.).

6. Сулейманова, Э.А. О свойствах голоморфно 2-геодезических преобразований первого линейного типа почти эрмитовых структур [Текст] / Э.А. Сулейманова // Известия высших учебных заведений. Математика. – 2007. – №12. - С. 83-86 (0,3 печ.л.).